

Výroky

Zadání

- Pomocí proměnné a kvantifikátoru zapište:
 - Druhá mocnina každého reálného čísla je číslo nezáporné.
 - Existuje přirozené číslo, které je kořenem rovnice $x^2 - 9 = 0$.
- Vyslovte negace výroků z úlohy 1.
- Přepište slovy, a pak vyslovte negaci výroku $\forall n \in \mathbb{N}: 2|n \Rightarrow 2|n^2$
- Přepište slovy, a pak vyslovte negaci výroku $\exists n \in \mathbb{N}: 15|n \Leftrightarrow 3|n \wedge 5|n$
- Vyslovte negaci výroků:
 - Aspoň tři žáci vyřešili úlohu.
 - Nejvýše pět výrobků je vadných.
 - Rovnice má právě dva kořeny.
 - Nyní budu poslouchat rádio nebo číst knížku.
 - Mám hlad a žízeň.
 - Nikdo mi nelhal.
- Jestliže je vozidlo předjížděno, řidič nezvyšuje jeho rychlost.*
 - Napište k této větě větu obrácenou a obměněnou.
 - Posuďte platnost vět v situaci, kdy vozidlo není předjížděno a řidič nezvyšuje jeho rychlost.
 - Vyslovte negaci původní implikace.
 - Předpokládejme, že původní implikace je pravdivá pro všechny řidiče všech vozidel. Plyne z toho, že vozidlo je předjížděno to, že řidič nezvyšuje rychlost?
 - Předpokládejme, že původní implikace je pravdivá pro všechny řidiče všech vozidel. Plyne z toho, že řidič vozidla nezvyšuje jeho rychlost to, že je předjížděno?

Řešení

- $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 \geq 0$
 - $\exists n \in \mathbb{N}: n^2 - 9 = 0$ (místo n lze psát x)
- Existuje alespoň jedno reálné číslo, jehož druhá mocnina je číslo záporné.
 - Žádné přirozené číslo není kořenem rovnice $x^2 - 9 = 0$.
- Pro každé přirozené číslo n platí: Jestliže n je dělitelné dvěma, pak jeho druhá mocnina je dělitelná dvěma. Nebo volněji: Druhá mocnina každého přirozeného sudého čísla je číslo sudé číslo. Negace: Existuje alespoň jedno přirozené číslo, které je dělitelné dvěma a zároveň jeho druhá mocnina není dělitelná dvěma.
- Existuje alespoň jedno přirozené číslo, které je dělitelné 15 právě tehdy, když je dělitelné třemi a zároveň pěti. Jedna z možností negace: Pro všechna přirozená čísla n platí: číslo n je dělitelné 15 právě tehdy, když není dělitelné třemi nebo není dělitelné pěti.
- Nejvýše dva žáci vyřešili úlohu.
 - Alespoň šest výrobků je vadných.
 - Rovnice nemá právě dva kořeny. To znamená nejvýše jeden nebo alespoň tři kořeny.
 - Nyní nebudu poslouchat rádio ani nebudu číst knížku.

- e. Nemám hlad nebo nemám žízeň.
 - f. Alespoň jeden mi lhal.
- 6.
- a. Obrácená: *Jestliže řidič nezvyšuje rychlost vozidla, pak je vozidlo předjížděno.*
Obměněná: *Jestliže řidič zvyšuje rychlost vozidla, pak není vozidlo předjížděno.*
 - b. Implikace je pravdivá. Obrácená implikace není pravdivá, obměněná je pravdivá.
 - c. *Vozidlo je předjížděno a řidič zvyšuje jeho rychlost.*
 - d. Ano
 - e. Ne