### Polohové konstrukční úlohy

#### Zadání

1. Je dána krychle *ABCDEFGH*. Bod *R* je středem strany *AD*, bod *S* je středem strany *BC*, bod *T* je středem strany *EH* bod *U* je střed strany *HG,* bod *V* je střed strany *BF*. Sestrojte průsečík
	1. přímky *ES* a roviny *DBF*
	2. přímky *DF* a roviny *EBG*
	3. přímky *RV* a roviny *ATU*
2. Je dána krychle *ABCDEFGH*. Bod M leží na polopřímce *AB*; $\left|AM\right|=\frac{4}{3}\left|AB\right|$. Bod *N* je vnitřním bodem hrany *AE*. Bod *O* leží na polopřímce *EH*; $\left|EO\right|=\frac{3}{2}\left|EH\right|$. Bod *P* leží na polopřímce *EF* tak, že $\left|EP\right|=\frac{3}{2}\left|EF\right|. $Sestrojte řez krychle rovinou
	1. *EHM*
	2. *NOP*
3. Je dána krychle *ABCDEFGH.* Bod *P* je vnitřním bodem hrany *AD* a bod *Q* je středem hrany *BF*. Sestrojte řez rovinou
	1. *EPQ*
	2. která prochází přímkou *HC* a je rovnoběžná s přímkou *QG*.
4. Je dána krychle *ABCDEFGH.* Bod *P* je středem hrany *AD*. Bod *Q* je bodem hrany *AB*; $\left|AQ\right|=\frac{1}{3}\left|AB\right|$. Bod *R* je středem hrany *AE*. Bod *S* je středem hrany *EF*. Sestrojte řez krychle
	1. rovinou *PQG*
	2. rovinou *RSC*

#### Řešení

Popis postupů:
(Označení bodů v obrázcích by bylo velmi zdlouhavé, proto chybí. Vrcholy krychle jsou pojmenovány obvyklým způsobem.)

1. a. Přímka *ES* leží v rovině *EAS*. Průsečnicí rovin *DBF* a *EAS* je přímka *q* (viz obrázek). Hledaný průsečík je průsečíkem přímek *ES* a *q*.
b. Přímka *DF* leží v rovině *DBF*. Průsečnicí rovin *EBG* a *DBF* je přímka q (viz obrázek). Hledaný průsečík je průsečíkem přímek *DF* a q.
c. Řezem krychle a roviny je lichoběžník *ACUT*. Přímka *RV* leží v rovině *RBF*. Průsečnicí rovin *ATU* a *RBF* je přímka *q* (viz obrázek). Hledaný průsečík je průsečíkem přímek *RV* a *q.*
2. a. Spojíme body *E* a *H*. Spojíme body *E* a *M*. Průsečíkem přímky *EM* a hrany *BF* je bod *Q*. Bodem *H* vedeme rovnoběžku s přímkou *EM*. Průsečíkem této přímky s hranou *CG* je bod *R*. Řezem je obdélník *EHRQ*.
b. Spojíme body *N* a *O*. Průsečík přímky *NO* s hranou *HD* je bod *U*. Spojíme body *O* a *P*. Průsečíkem přímky *OP* a hrany *HG* je bod *V*. Průsečíkem přímky *OP* a hrany *FG* je bod *W*. Spojíme body *N* a *P*. Průsečíkem přímky *NP* a hrany *BF* je bod *X*. Hledaným řezem je pětiúhelník *NUVWX*.
3. a. Spojíme body *E* a *P*. Bodem *Q* vedeme rovnoběžku s přímkou *EP*. Její průsečík s hranou *BC* označíme *R*. Hledaným řezem je lichoběžník *EPRQ*.
b. Přímka *QG* je rovnoběžná s rovinou řezu a také s rovinou stěny *ADHE*, je tedy rovnoběžná s jejich průsečnicí. Průsečnice prochází bodem *H* a je rovnoběžná s přímkou *QG*. Průsečík rovnoběžky s přímkou *QG* vedené bodem *H* s hranou *AE* je bod *R.* Bodem *R* vedeme rovnoběžku s přímkou *HC*. Její průsečík s hranou *AB* označíme *S*. Spojíme body *RS*. Výsledkem je lichoběžník *HRSC*.
4. a. Průsečík přímky *PQ* a přímky *BC* označíme *X*. Spojíme body *G* a *X*. Průsečík přímky *GX* a hrany *BF* označíme *T*. Průsečík přímky *PQ* a *CD* označíme *U*. Spojíme body *G* a *U*. Průsečík Přímky *GU* a hrany *DH* označíme *V*. Výsledkem je pětiúhelník *QTGVP*.
b. Průsečík přímek *RS* a *BF* označíme *T*. Spojíme body *C* a *T*. Průsečík přímky *CT* a hrany *FG* označíme U. Průsečík přímek *RS* a *BA* označíme *V*. Spojíme body *C* a *V*. Průsečík přímek *CV* a *AD* označíme *W*. Výsledkem je pětiúhelník *CURSW*.